ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Εκτίμηση Θεμάτων

Τα θέματα ήταν αναμενόμενα, μέσα στην ύλη αλλά παρουσίαζαν δυσκολίες όπου έπρεπε οι μαθητές να δώσουν προσοχή. Ιδιαίτερα στα Ερωτήματα $Γ_3$ και $Δ_4$.

Επίσης στην στατιστική θα έπρεπε να θυμούνται καλά το τυπολόγιο και την εφαρμογή του σχολικού βιβλίου.

ΘΕΜΑ Α

$Α_1$. Απόδειξη βιβλίου σελ. 31

$Α_2$. Θεωρία βιβλίου σελ. 22

$Α_3$. Θεωρία βιβλίου σελ.87

$Α_4$. α) Λ β) Σ γ) Λ δ) Λ ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

$Β_1$. Λύνουμε την εξίσωση $(3χ - 1)(8χ^2 - 6χ + 1) = 0 \leftrightarrow 3χ - 1 = 0$ ή $8χ^2 - 6χ + 1 = 0 \leftrightarrow χ = 1/3$ ή $χ = ½$ ή $χ = ¼$

Επειδή $A \cap B$ είναι υποσύνολο του Α και το Α υποσύνολο της $A \cup B$ θα πρέπει και οι πιθανότητες να είναι $P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A \cup B)$. Επίσης $1/4 < 1/3 < 1/2$. Οπότε $P(A \cap B) = ¼$, $P(A) = 1/3$, $P(A \cup B) = ½$

Επειδή $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ βρίσκουμε $P(B) = 5/12$

$Β_2$. $P(A' - B') = P(A') - P(A' \cap B') = 1 - P(A) - P((A \cup B)') = 1 - P(A) - 1 + P(A \cup B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$P(Δ) = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 3/4$

$Β_3$. $P(E) = P((A - B) \cup (B - A)) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

$Β_4$. Λύνουμε την εξίσωση $9χ^2 - 3χ - 2 = 0$ και παίρνουμε τις λύσεις $χ_1 = \frac{2}{3}$ ή $χ_2 = -\frac{1}{3}$. Επειδή η πιθανότητα πρέπει να είναι $0 \leq P(Γ) \leq 1$ έχουμε ότι

$P(\Gamma) = \frac{2}{3}$. Εάν τα Β, Γ ήταν ασυμβίβαστα θα ίσχυε $P(B \cup \Gamma) = P(B) + P(\Gamma) = \frac{5}{12} + \frac{2}{3} = \frac{13}{12} > 1$, άτοπο. Άρα τα Β, Γ δεν είναι ασυμβίβαστα.

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁. Επειδή το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες του 10 είναι 10% μας δίνει αμέσως το $f_1\% = 10$ ή $f_1 = 0,1$. Επειδή το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες ή ίσες του 16 είναι 30% μας δίνει αμέσως το $f_5\% = 30$ ή $f_5 = 0,3$. Επειδή $\alpha_3 = 108^o \leftrightarrow 360^o \cdot f_3 = 108^o \leftrightarrow f_3 = 0,3$ ή $f_3\% = 30$. Επειδή $\bar{\chi} = 14 \leftrightarrow \sum_1^5 \chi_i f_i = 14 \leftrightarrow 14 = 9,9 + 11f_2 + 15f_4 \leftrightarrow 11f_2 + 15f_4 = 4,1$. Όμως $f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 = 1$. Λύνουμε το σύστημα και βρίσκουμε $f_2 = 0,1$και $f_4 = 0,2$.

Γ₂.

Κλάσεις	χ_i	f_i	$(\chi_i - \bar{\chi})^2 f_i$
[8,10)	9	0,1	2,5
[10,12)	11	0,1	0,9
[12,14)	13	0,3	0,3
[14,16)	15	0,2	0,2
[16,18)	17	0,3	2,7

$S^2 = \sum_1^5 (\chi_i - \bar{\chi})^2 f_i = 6,6 \leftrightarrow s = 2,57$ Άρα $cv = \frac{s}{\bar{x}} 100\% = 18,3\% > 10\%$ οπότε δεν είναι ομοιογενές.

Γ₃. $\bar{\chi} = 14 \leftrightarrow \frac{\sum_1^4 \chi_\iota \cdot \nu_\iota + \chi_5 \cdot \nu_5}{\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_5} = 14 \leftrightarrow 14 = \frac{1780}{\nu} + 17 f_5 \leftrightarrow \nu = 200$

Γ₄. Από την εφαρμογή του βιβλίου σελ. 99 παίρνουμε ότι $\bar{\beta} = \frac{\bar{\alpha}}{s_a} - \frac{\bar{\alpha}}{s_a} = 0$ $s_\beta = \frac{s_a}{s_a} = 1$

ΘΕΜΑ Δ

Δ₁. Φέρνουμε την διαγώνιο ΔΒ που είναι και διάμετρος του κύκλου οπότε ΔΒ = 10, θεωρούμε ΑΔ = ψ και εφαρμόζουμε πυθαγόρειο θεώρημα στο ΑΔΒ. Άρα $\chi^2 + \psi^2 = 100 \leftrightarrow \psi = \sqrt{100 - \chi^2}$ και έτσι $Εμβ_{ΑΒΓΔ} = \chi\psi = \chi\sqrt{100 - \chi^2}$, $0 < x < 10$

Δ₂. Η συνάρτηση μας f(x) είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο (0,10) ως πράξεις συνεχών και παραγωγίσιμων (γινόμενο, ρίζα πολυωνυμικών). Οπότε $f'(x) = \frac{100 - 2x^2}{\sqrt{100 - x^2}}$

χ	0 $\quad\quad\quad 5\sqrt{2}$	10
f΄(x)	+	–
f(x)	↑	↓

Η συνάρτηση γίνεται μέγιστη για χ = $5\sqrt{2}$ από όπου βρίσκουμε και ότι ψ = $5\sqrt{2}$ άρα έχουμε τότε τετράγωνο.

Δ₃. Κάνουμε μια αλλαγή μεταβλητής h = x + 1 οπότε το όριο μετασχηματίζεται σε $\lim_{h\to 1}\frac{f(h)-\sqrt{99}}{98(h-1)} = \lim_{h\to 1}\frac{h\sqrt{100-h^2}-\sqrt{99}}{98(h-1)} = \lim_{h\to 1}\frac{-h^4+100h^2-99}{98(h-1)(h\sqrt{100-h^2}+\sqrt{99})} = \lim_{h\to 1}\frac{-(h^2-99)(h-1)(h+1)}{98(h-1)(h\sqrt{100-h^2}+\sqrt{99})} = \frac{1}{\sqrt{99}} = \frac{\sqrt{99}}{99}$

Δ₄. Τα κλάσματα $\frac{P(A-B)}{\sqrt{100-P^2(A)}}$, $\frac{P(A)}{\sqrt{100-P^2(A-B)}} \in (0,1)$ γιατί $0 \leq P^2(A) \leq 1$ και $\sqrt{99} \leq \sqrt{100-P^2(A)} \leq \sqrt{100}$ όπου εκεί η συνάρτηση είναι γν. αύξουσα όποτε από την ανισότητα παίρνουμε $\frac{P(A-B)}{\sqrt{100-P^2(A)}} \leq \frac{P(A)}{\sqrt{100-P^2(A-B)}} \leftrightarrow$ P(A – B) $\sqrt{100-P^2(A-B)}$ ≤ P(A) $\sqrt{100-P^2(A)}$ ↔ f(P(A – B)) ≤ f(P(A)) ↔ P(A – B) ≤ P(A) που ισχύει.

ΟΜΑΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟΥ «ΠΕΔΙΟΥ ΓΝΩΣΗΣ»

ΟΥΡΑΝΙΑ ΓΙΑΝΝΑΡΑΚΗ